Памяти моей мамы, Марии Александровны

Гравитация в модели 4D-среды

В. Скоробогатов

http://vps137.narod.ru/physics.html mailto:vps137@yandex.ru

В модели 4D-среды предложена форма вихря, параметры которой можно сопоставить с массой частицы. Учет сил поверхностного натяжения, возникающий при такой форме, приводит к закону взаимодействия вихрей, близкому к закону всемирного тяготения Ньютона. Показано, что сферическая форма вселенной вносит ограничение на радиус действия сил притяжения.

Введение

Притяжение тел до сих пор не перестает оставаться загадкой. «Действие на расстоянии», которым оно обладает, требует объяснения. Со времен Ньютона о гравитации написано множество работ и среди теорий, в них представленных, общая теория относительности (ОТО) А.Эйнштейна , конечно, по праву занимает особое место. Однако несмотря на известные успехи ОТО, необходимость в понимании природы гравитации в современной физике до сих пор не отпала. Сводить явление притяжение тел только к искривлению пространства-времени в настоящее время кажется недостаточным хотя бы потому, что остается невыясненным сам механизм искривления. Действительно, хотя согласно ОТО именно материя отвечает за искривленность пространства-времени, остается невыясненным как это происходит конкретно и почему материи оказывает именно такое, искривляющее, влияние на пространство. Встают и более общие вопросы – что такое пространство, время, материя вообще, в какой степени можно мельчайшие частицы материи считать точечными объектами, что такое масса частицы, почему масса является аддитивной величиной в макро-масштабах и это свойство теряется в микромире?

Эти вопросы могут быть продолжены и их постановка означает, что необходима новая картина реальности, которая бы отвечала на них. Одной из попыток создания такой картины является модель 4D-среды, которую кратко можно описать следующим образом.

Предполагается, что в 4-х мерном евклидовом пространстве имеется некая среда со свойствами идеальной жидкости, заполняющая конечный объем пространства. Мельчайшие частицы такой среды, как предполагается, обладают адгезивными свойствами. Поэтому когда все частицы среды находятся в статическом состоянии, естественно ожидать, что весь 4-х мерный объем, занимаемый средой, принимает сферическую форму, приобретаемую из-за действия сил поверхностного натяжения. Если же допустить возможность движения частиц среды, то возникнет и возможность некоторых коллективных перемещений частиц, среди которых могут быть такие, что приводят к волновым движениям на границе среды. Некоторые из них, существующие при соблюдении определенных условий, можно ассоциировать со светом и другими электромагнитными волнами. Подробное обоснование этих утверждений будет изложено в отдельной публикации. Здесь же мы предпринимаем попытку определить некоторые из возможных форм, которые могла бы принимать 4D-среда в целом, и попытаться сделать на их основании выводы, касающиеся гравитации.

Для краткости мы будем иногда называть 4D-объем, заполненный указанной средой, вселенной, а его 3D-границу – миром. Таким образом, по предположению только мир является «видимым», он способен распространять свет, источником которого, как известно, являются атомы и элементарные частицы. В данной модели им отвечают другие формы коллективных перемещений частиц 4D-среды, существующие уже внутри самой среды, в “недрах” вселенной. Мы будем сопоставлять элементарным частицам 4-х мерные вихри. В некотором приближении такие вихри можно считать одномерными, когда, например, можно пренебречь их диаметром в сравнении с их длиной и расстояниями взаимодействия между ними. В данной модели предполагается, что длина частицы-вихря для стабильных частиц может быть очень большой и сопоставимой с размерами всей вселенной. Выход вихря на поверхность в такой картине соответствует положению частицы в 3-х мерном мире. Из аналогии с обычными вихревыми структурами в жидкостях, с водоворотами, можно представить, что соединение вихря с границей среды может представлять из себя достаточно большое и сложное по своей форме образование. Агрегированные состояния вихрей образуют составные частицы, атомы, молекулы, тела, планеты, галактики и так далее, те. все то, что относится к объектам вселенной.

Форма вселенной

Согласно модели мир можно представить в виде гиперповерхности

$$f(x,t)=0 \quad , \tag{1}$$

где координаты точек среды, принадлежащих вселенной, обозначены x = {x_1,x_2,x_3,x_4}. Время t считается независимым параметром. Далее везде, упоминая гиперповерхность или просто поверхность, мы подразумеваем граничную гиперповерхность. Определение вида функции f является основной задачей, поскольку знание этой функции может дать возможность определения координат и скорости перемещения объектов вселенной. В статическом случае и в отсутствии объектов функция f принимает вид четырехмерной сферы:

$$f=|x|-R_0=0 \quad , \tag{2}$$

где R_0 - радиус вселенной. При достаточно большом R_0 локально мир можно считать плоским и ассоциировать с касательной гиперплоскостью к (2), а вселенную – занимающую, например, “нижнее” полупространство $x_4 \geqslant 0$. Функция f при таком выборе осей координат примет простейший вид:

$$f=x_4=0 \tag{3}$$

Более интересный случай, когда во вселенной находятся какие-либо объекты, является более сложным, поскольку форму гиперповерхности, конечно же, установить экспериментально невозможно – по крайней мере в настоящее время. Поэтому требуется подобрать профиль гиперповерхности так, чтобы он удовлетворял некоторым требованиям. Основным должно быть соответствие параметров такого объекта массе частицы, которую моделирует вихрь. Мы примем в качестве пробного профиля функции f для вихря простейший вид — воронку:

$$f=\frac{b^2}{|r|}-x_4=0 \tag{4}$$

Здесь **r** = {x_1,x_2,x_3}, а параметр b определяет размер вихря. Это однополостный 4D-гиперболоид. Хотя при $r=0$ «глубина» вихря расходится, а значение $x_4=0$ достигается только на бесконечности, он удобен в качестве модели прообраза элементарной частицы. Рассмотрим его некоторые свойства. Вначале попытаемся выяснить, в каком отношении могут находиться параметр вихря b и масса частицы m .

Для этого возьмем два вихря – один в центре координат, а другой на расстоянии R вдоль оси x_1 . Будем считать, что общая форма гиперповерхности в плоскости $(x_{1,}x_4)$ получается простым сложением функций вида (4), т.е. что для объектов вселенной справедливо свойство суперпозиции профилей форм вихрей

$$f=\frac{b_1^2}{|x_1|}+\frac{b_2^2}{|R-x_1|}-x_4=0 \tag{5}$$

Нетрудно найти точку гиперповерхности, в которой производная равна нулю:

$$x_1^0=\frac{b_1 R}{b_1+b_2}=\frac{\beta R}{b_2} \tag{6}$$

где выражение

$$\beta = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} \tag{7}$$

схоже с выражением для приведенной массы

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \tag{8}$$

в случае двух тел массой m_1 и m_2. Казалось, отсюда можно было бы сделать заключение о пропорциональности m и b. Это можно было бы сделать, если точка x_1^0 соответствовала бы положению центра тяжести системы двух вихрей. Однако она определяет положение равновесия, т.е. такое положение для какого-нибудь третьего тела, в котором на это тело не влияют первые два. Это положение отличается от точки либрации Лагранжа L_1 тем, что здесь не учитывается динамика тел, связанная с обращением их вокруг общего центра тяжести. Если эту величину рассчитать используя закон Ньютона для тел массами m_1 и m_2, то получится

$$x_1^0 = \frac{\sqrt{m_1} R}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}} \quad . \tag{9}$$

Из сравнения выражений (6) и (9) можно заключить, что массе должен соответствовать квадрат параметра вихря. Убедимся, что такое представление позволяет, используя свойство суперпозиции профилей, прийти к свойству аддитивности масс.

Для этого рассмотрим произвольное количество N вихрей типа (3) и одинаковым параметром b, координаты которых означим радиус-векторами r_i. Общую форму гиперповерхности снова представим в виде суммы как

$$x_4 = \sum \frac{b^2}{|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}_i|} \quad . \tag{10}$$

Суммирование происходит по всем N вихрям. Разложив (9) в ряд по степеням r_i / R до членов второго порядка, мы получим на достаточно большом по сравнению с r_i расстоянии R

$$x_4 = \frac{N b^2}{R} + \frac{b^2 \sum r_i}{R^2} \tag{11}$$

Если выбрать начало отсчета в «центре тяжести», т.е. в точке, где $\sum r_i = 0$, то второй член исчезает и мы получим выражение вида (3)

$$x_4 = \frac{B^2}{R} \quad , \tag{12}$$

где

$$B^2 = N b^2 \quad . \tag{13}$$

Таким образом, простая модель (4) дает в качестве представления массы параметр вихря во второй степени. Оно обладает свойством аддитивности и согласуется с вычислением положения равновесия по закону Ньютона. Сказанное означает, что по нашему допущению квадрат параметра b соответствует массе элементарной частицы или тела:

$$m = k b^2 \quad , \tag{14}$$

где k — постоянный коэффициент для пересчета квадрата единицы длины в единицу массы.

В результате мы приходим к следующей форме вселенной. В целом она имеет сферическую форму, которая, однако, может из-за общего вращения оказаться сплюснутой вдоль плоскости вращения. Мы говорим, «вдоль плоскости», поскольку в четырехмерном пространстве вращение оставляет неизменным двумерную плоскость, а не одну ось вращения, как в обычном трехмерном пространстве. Сплюснутость может достигать, возможно, больших величин. Тогда возможны и более сложные формы вселенной, например, в виде 4D-тора.

Наличие материи в виде элементарных частиц, тел, звезд и галактик приводит к появлению на поверхности вселенной «воронок» различного размера, 4D-вихрей. При этом, естественно, предположить, что все более крупные объекты состоят из более мелких, т.е. что в соответствии с выражением (12) большой вихрь — это совокупность маленьких вихрей.

Давление на гиперповерхность

Частицы 4D-среды, относящиеся к гиперповерхности, как было сказано выше, находятся под действием сил поверхностного («гиперповерхностного») натяжения, иными словами, испытывают ускорение w равное

$$w=\frac{1}{\rho}\partial p \qquad (15)$$

где ∂ - 4-х мерный градиент, ρ - плотность 4D-среды, а величину p можно назвать давлением на единицу гиперповерхности, выражаемым через среднюю кривизну H и коэффициент поверхностного натяжения σ:

$$p=\sigma H \quad . \qquad (16)$$

Из последних уравнений видно, что размерность давления отличается от трехмерного давления и равна $[m^1 s^{-2} t^{-2}]$, коэффициента σ - $[m^1 s^{-1} t^{-2}]$. Плотность 4D-среды предполагается постоянной, хотя само понятие массы в данном контексте еще требует уточнения.

Нетрудно определить давление для 4D-сферы (2):

$$p_0=\frac{3\sigma}{R_0} \qquad (17)$$

Это давление, возникающее благодаря наличию искривления гиперповерхности 4D-среды, существует также и внутри ее и в соответствии с законом Паскаля действует изотропно. Именно оно удерживает вселенную как целое. Поэтому ускорение w, которое приобретают точки границы, направлено внутрь среды при выпуклой (в среднем) границе и вне ее - при вогнутой. Для стационарной вселенной в форме 4D-сферы, естественно, присутствует уравновешивающая такое ускорение сила реакции на сжатие со стороны частиц 4D-среды.

Из рассмотрения последнего выражения следует, что давление падает с увеличением радиуса. Для нашей Вселенной с ее несомненно большим размером этого давления, очевидно, все-таки достаточно для удержания, что говорит о большом значении σ.

Внутри вселенной градиент давления исчезает, что не означает, конечно, что там отсутствует какое-либо движение частиц 4D-среды. Его изучением, однако, мы займемся с следующей работе, где и дадим более развернутое описание свойств самой 4D-среды. Здесь лишь надо отметить, что это внутреннее, невидимое движение, называемое полем скоростей, определенным образом влияет на поведение находящихся в этом поле вихрей.

Сила выталкивания вихря

Из уравнения (15) следует, что на вихрь с профилем гиперповерхности (4) будет действовать сила поверхностного натяжения, сжимающая стенки вихря и тем самым выталкивающая его наружу. Под силой мы здесь будем понимать суммарное ускорение всех частиц, принадлежащих вихрю.

Вычислим эту силу считая, что профиль вихря остается неизменным. При вычислении градиента в (15) надо учесть, что на границе существует разрыв давления, от нуля в пустоте до значения, определяемого выражением (16). Поэтому поверхностный градиент можно оценить как положительное значение нормали к поверхности, умноженное на величину давления на границе. Здесь за положительное направление нормали мы примем направление от 4D-среды.

Средняя кривизна может быть найдена из формулы [1]

$$H = \nabla \cdot \frac{|\nabla g|}{\sqrt{1+|\nabla g|^2}} \quad , \tag{18}$$

справедливую для поверхности, которую можно представить в виде графика $x_4 = g(x_{1,} x_{2,} x_3)$. Используя сферические координаты в качестве первых трех координат, мы получим для (4)

$$H = -\frac{2b^6}{r^7 (1+(b/r)^4)^{3/2}} \tag{19}$$

Знак минус выбран, поскольку гиперповерхность (4) всюду вогнута, и поэтому функция отрицательна. При r << b средняя кривизна вихря равна $-2/r$, а при r >> b исчезает как $-2b^6/r^7$. В силу осевой симметрии для нахождения выталкивающей силы, которая направлена вдоль оси x_4 , достаточно знать проекцию нормали на эту ось:

$$n_4 = -\frac{1}{\sqrt{1+(b/r)^4}} \tag{20}$$

Для нахождения силы произведение величин H , n_4 и σ/ρ нужно умножить на элемент гиперповерхности $dV = 4\pi r^2 \sqrt{1+b^4/r^4}\, dr$ и проинтегрировать от нуля до бесконечности:

$$F_4 = \int \frac{8\pi\sigma b^6 dr}{\rho r^5 (1+(b/r)^4)^{3/2}} = -\frac{2\pi b^2 \sigma}{\rho} \tag{21}$$

Заметим, что эта сила оказалась в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональной массе kb^2 , умноженной на некий постоянный коэффициент, ускорение, зависящее только от свойств среды. Также следует отметить, что основной вклад в выталкивающую силу оказывает центральная часть вихря. Действительно, половина значения силы приходится на область интегрирования от нуля до b. Знак силы соответствует отрицательному направлению оси x_4 .

Понятно, что если бы не было внутреннего движение частиц, образующих вихрь, вращения вокруг его оси, то эта сила в конце концов сгладит гиперповерхность и кривизна исчезнет, или, точнее, примет минимальное значение (16). Назовем такое суммарное воздействие на границу со стороны поля скоростей частиц, находящихся внутри вселенной и стремящихся противодействовать сглаживанию профиля, силой реакции. Для трехмерного вихря силой реакции является центробежная сила. В 4-х мерном пространстве рассмотрение сил реакции более сложно и мы его здесь не приводим. Так как направление сил выталкивания и реакции противоположны друг другу, а их величины равны, то вихрь в целом сохраняет свой профиль и остается в покое. Конечно, это относится только к стабильным вихрям. Если абсолютная величина силы реакции станет меньше силы поверхностного натяжения, то спустя какое-то время, «время жизни», вихрь исчезнет.

Движение вихря

Случаем, когда равновесие силы выталкивания и силы реакции нарушается, является также локальный наклон гиперповерхности в том месте, где находится вихрь. Действительно, на величину и направление силы реакции как «глубинной» величины, зависящей от поля скоростей во всем 4D-объеме вселенной, поверхностные эффекты, связанные с профилем вихря, не могут оказать большого влияния. С другой стороны, выталкивающая сила зависит от профиля. Поэтому важно понять, как ведет себя вихрь в этом случае.

Для выяснения поведения вихря на наклонной гиперплоскости мы представим функцию f в следующем виде:

$$f=\frac{b^2}{|r|}+tg\,\alpha\,x_1-x_4=0 \quad , \tag{22}$$

где α — угол наклона гиперплоскости относительно оси x_1, которую назовем базовой, $f=tg\,\alpha\,x_1-x_4=0$ по отношению к исходной гиперплоскости (4).

В данном случае достаточно определить разность кривизн, вызванных только наклоном и относящихся к значениям x_1, которые отличаются знаками, вместо того, чтобы, как было сделано выше, рассчитывать интегральное ускорение. Это можно сделать, потому что ввиду симметрии две другие главные кривизны компенсируются. Действительно, если провести сечение вихря 3D-плоскостью параллельной базовой гиперплоскости, мы получим вытянутый 2D-эллипсоид, у которого кривизна поверхности не зависит от знака x_1 (также как и от знаков x_2 и x_3). Поэтому можно ограничиться рассмотрением плоскости $(x_{1,}x_4)$, где главная кривизна H_1 даст наибольший вклад в общую силу. Функция f представляется на этой плоскости в виде двух графиков

$$x_4=\pm b^2/x_1+tg\,\alpha\,x_1 \quad , \tag{23}$$

где верхний знак относится к значениям $x_1>0$, а нижний — $x_1<0$. Кривизны этих кривых равны соответственно

$$H_1=\frac{\mp 2\,b^2/x_1^3}{(1+(b^2/x_1^2\mp tg\,\alpha)^2)^{3/2}} \tag{24}$$

Вклад получаемый в результате разницы кривизн

$$\delta H=\frac{2\,b^2}{x_1^3}\left(\frac{1}{(1-(b^2/x_1^2-tg\,\alpha)^2)^{3/2}}-\frac{1}{(1-(b^2/x_1^2+tg\,\alpha)^2)^{3/2}}\right) \tag{25}$$

дает при интегрировании от $-\infty$ до $+\infty$ по x_1 следующее значение для силы

$$F_1\sim\sin\alpha$$

Поэтому ее точное значение равно

$$F_1=\frac{2\,\pi\,b^2\,\sigma\sin\alpha}{\rho} \tag{26}$$

Таким образом, сила, которая заставляет вихрь сдвинуться по наклонной гиперплоскости, равна касательной составляющей выталкивающей силы вихря. Под ее действием вихрь будет «скатываться», двигаться в том направлении, где локальная кривизна больше, т.е. в направлении отрицательного значения угла α.

Конечно, на разной «глубине» вихря, для разных значений x_4, ускорение, которое приобретают стенки вихря, будет разным. Наименьшее влияние выталкивающая сила окажет на глубинные слои вихря. Поэтому осевая линия вихря будет изгибаться до тех пор, пока «верхняя» часть вихря, примыкающая к гиперповерхности, не займет нормальное положение. В этом случае разность кривизн, которая, как было показано выше, являлась движущей силой, исчезнет и в действие вступит другой механизм, подобный тому, что заставляет двигаться кольцо дыма. Показано [2], что вихревая трубка в виде замкнутого кольца движется с постоянной скоростью в направление бинормали. С учетом того, что кривая в четырехмерном пространстве имеет две бинормали, в результате действия этого механизма изогнутая часть вихря начнет двигаться в направлении бинормальной плоскости. Вместе с вихрем будет изменяться и ориентация этой плоскости, что в конце концов приведет к сложным круговым движениям «верхней» части вихря, которые во все уменьшающей степени будут передаваться «нижним» частям. Результатом будет то, что прямой вихрь превратится в сложную спиралеобразную структуру. Из исследований, проведенных для обычных, трехмерных, жидкостей [2], известно, что вихревые трубки со спиральной структурой и структурой в виде синусоиды обладают свойством самодвижения. Поэтому можно предположить, что после прекращения действия силы F_1 и всех последующих перестроек вихрь на наклонной плоскости также приобретет постоянную скорость. Величина этой скорости, конечно, зависит от величины полученного импульса и, следовательно, силы F_1 и угла наклона α. Логично предположить, что зависимость от силы прямо пропорциональна. Тогда мы получаем следующее выражение для скорости вихря, приобретаемого благодаря первоначальному наклону гиперповерхности,

$$V = c\sin\alpha \quad , \tag{27}$$

где c – некая предельная скорость при угле $\pi/2$. При этом, конечно, надо учесть, что скорость различных частей вихря плавно уменьшается с «глубиной». В результате ось вихревой спирали также может принять форму, отличную от прямой. Поэтому вышеприведенную формулу нужно понимать условно и не связывать напрямую скорость вихря с его наклоном относительно гиперплоскости.

Закон всемирного тяготения

Наклон гиперповерхности, конечно, может быть вызван присутствием другого вихря. Такая ситуация представлена выражением (5). На расстоянии R от вихря 2 с параметром b_2 угол наклона гиперповерхности равен $arctg(b_2^2/R^2)$. Поэтому такой же наклон испытает нормаль к гиперповерхности и вместе с ней вектор силы F_4, действующей на вихрь 1 с параметром b_1. Сила реакции при этом остается прежней по направлению и величине, что ведет к появлению результирующей силы, направленной вдоль по касательной гиперповерхности в сторону вихря 2 и являющейся тем самым силой притяжения. Величина ее поэтому равна

$$F = F_4 \sin\alpha = \frac{2\pi\sigma b_1^2 b_2^2}{\rho R^2 \sqrt{1 + b_2^4/R^4}} \quad , \tag{28}$$

Полученное выражение примет вид закона всемирного тяготения Ньютона, если с помощью (13) перейти от параметров b_1 и b_2 к массам и обозначить величину $2\pi\sigma/\rho k^2$ как гравитационную постоянную G и пренебречь квадратным корнем в знаменателе:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2} \tag{29}$$

Здесь действие силы благодаря зависимости от расстояния R не прекратится, как это было в случае плоскости с постоянным наклоном.

Конечно, полученная поправка к закону Ньютона мала и играет роль только на достаточно близких расстояниях от центра гравитации, но не все же достаточно больших по сравнению с параметрами вихрей. На очень близких расстояниях законность использования наклоненной гиперплоскости в качестве базовой вызывает сомнение. Однако эта добавка предотвращает сингулярное поведение закона тяготения при $R=0$, когда сила притяжения принимает максимально возможное значение $2\pi\sigma b_1^2/\rho$, равное силе выталкивания (21), очевидным образом независящее от величины b_2. При этом опять суммарная масса будет равна $k(b_1^2+b_2^2)$.

Законы Кеплера

Модель 4D-среды очевидным образом приводит к противоречию с законами Кеплера, полученными из наблюдений за планетами и объясненными классической механикой Ньютона. Действительно, если допустить, что Солнце и планеты суть гигантские вихри, то движение планеты вокруг Солнца нужно трактовать не как движение материальных точек, а как движение протяженных в четвертом измерении объектов. «Видимые» на гиперповерхности выходы вихрей не могут двигаться по эллиптическим орбитам в соответствии с первым законом Кеплера, поскольку никакое сечение 4Dгиперболоида не является эллипсом за исключением тривиального случая круговой орбиты. Лишь на больших расстояниях от центра притяжения R можно аппроксимировать 4D-гиперболоид (4) 4D-конусом

$$f=\frac{2b^2}{R}-\frac{b^2|r|}{R^2}-x_4=0 \tag{30}$$

Тогда можно считать, что орбита движения планеты находится на сечении 4D-конуса 3D-плоскостью и выполняется в точности закон тяготения Ньютона. Однако на самом деле такое движение происходит не в одной 2D-плоскости, а по кривой четвертого порядка в 4D-пространстве. Поэтому не выполняется и второй закон Кеплера. Это также можно объяснить тем, что обычный «трехмерный» момент импульса не сохраняется из-за того, что его три компонента перераспределяются при движении по орбите между шестью компонентами четырехмерного тензора момента импульса. В результате секторная площадь, проходимая планетой за единицу времени, оказывается непостоянной.

В применении третьего закона Кеплера необходимо рассмотреть параметрами орбиты более подробно, что требует отдельного рассмотрения. Однако ясно, что поскольку потенциал силы (21) в общем случае нельзя представить в виде, пропорциональном 1/r, то движение планеты не будет происходить по замкнутой траектории и период обращения планеты будет связан с размерами орбиты более сложным образом, чем это устанавливается третьим законом Кеплера.

Влияние формы вселенной

Кривизна вихря на сферической гиперповерхности (2), конечно, отличается от кривизны на плоской гиперповерхности (3). Если для выражения (2) перенести начало отсчета на расстояние R_0 вдоль оси x_4 и в разложении в ряд ограничиться членами второго порядка малости по r/R_0, то получится следующий суммарный профиль для такого вихря

$$f=\frac{b^2}{r}+\frac{r^2}{2R_0}-x_4=0 \tag{31}$$

Кривизна, вычисленная с помощью (18), приобретет в данном случае следующий вид

$$H=\left(\frac{3}{R_0}-\frac{2\mathrm{r}^2}{R_0^3}+\frac{6\mathrm{b}^4}{R_0 r^4}-\frac{6\mathrm{b}^2}{R_0^2 r}-\frac{2b^6}{r^7}\right)/\sqrt[3]{1+\left(\frac{r}{R_0}-\frac{b^2}{r^2}\right)^2} \tag{32}$$

В отличии от кривизны (19) для вихря на плоской гиперповерхности кривизна этого вихря меняет знак на некотором расстоянии r_0 от центра, который можно оценить как

$$r_0=\sqrt[7]{\frac{2}{3}b^6 R_0} \tag{33}$$

При получении (26) использовалось то, что все члены в числителе кроме первого и последнего малы.

При достижении r_0 тело будет находиться в неком положении равновесия, что не означает, однако, что действие закона притяжения прекратится при $r>r_0$. Наклон гиперповерхности, который ответственен за притяжение, сохраняется до расстояний гораздо больших r_0

$$r_{max}=\sqrt[3]{b^2 R_0} \quad . \tag{34}$$

Использование формулы (26) позволяет оценить коэффициент к, который служит для перевода массы тела в геометрический параметр вихря, с которым в данной модели ассоциируется тело. Для этого обратимся к рассмотрению объектов Солнечной системы и примем во внимание то обстоятельство, что как спутник Земли Луна, так и многие другие спутники планет обращены всегда одной стороной к своим центрам вращения. Обычно это явление объясняют действием приливных сил. В нашей модели это обстоятельство наводит на мысль, что их радиусы орбит могут соответствовать таким значениям r_0 , при которых кривизна гиперповерхности отрицательна. Вогнутость гиперповерхности может затруднять, тормозить вращение спутника Для проверки этого предположения достаточно сравнить отношение b^6/r_0^7 . Наименьшим значением обладает спутник Сатурна Япетус, для которого оно равно $2.43\,10^{34}$ км$^{-1}$. При расчете было взято значение $R_0=1.5\cdot10^{23}$ км, примерно соответствующее расстоянию до самой дальней обнаруженной до настоящего времени галактики. Поэтому можно с некой долей уверенности выбрать расстояние от Сатурна до Япетуса как примерное значение r_0 . Зная массу Япетуса можно определить коэффициент k

$$\kappa=2.5\cdot10^{12}\,\text{кг}/\text{м}^2 \tag{35}$$

Параметр b для Сатурна, полученный таким способом, равен 15 110 000 км, что составляет около четверти радиуса планеты, а для Солнца - 8.92 • 10^8 км, что на 28% превышает видимый радиус.

Принцип эквивалентности

В общей теории относительности вводится указанный принцип, согласно которому движение тела в гравитационном поле эквивалентно равноускоренному движению. С некоторыми поправками это является очевидным в модели 4D-среды. Действительно, действие силы выталкивания не изменится, если вместо вихря на наклонной гиперплоскости рассмотреть наклоненный вихрь на гиперплоскости без наклона (3), т.е. гиперплоскости, которую можно рассматривать как касательную к невозмущенной поверхности (2). Такая замена допустима, конечно, только если можно пренебречь «неровностью» гиперповерхности, вызванной, например, близостью вихрей друг к другу. Это условие безусловно выполнится для массивных тел, когда $b \ll R$, однако для близко расположенных элементарных частиц или звездных объектов оно не очевидно. В результате можно сформулировать следующий вариант принципа эквивалентности:

- Движение вихря на наклоненной гиперповерхности эквивалентно движению наклоненного вихря на «ровной» гиперповерхности.

Можно сказать, что мы использовали этот принцип выше при выводе закона притяжения для случая, когда наклон вызван естественным способом, т.е. наличием соседнего вихря.

Использование принципа эквивалентности в такой редакции позволяет в какой-то мере оправдать представление о вихре с постоянным наклоном, которое было ранее использовано для сравнения модели 4D-среды и специальной теории относительности [3]. Также этот принцип имеет отношение к такому явлению как инерция.

Инерция

Первый закон Ньютона гласит, что тело, на которое не действуют другие тела, либо покоится, либо движется по инерции, т.е. равномерно и прямолинейно. В отсутствии внутренних движений материи, движений частиц 4D-среды внутри вселенной, действие других тел на какое-то данное тело, означало бы наличие искажений формы гиперповерхности, которые, как мы выяснили, ведут к появлению сил, вызывающих движение каждого элементарного вихря, который составляет тело, т.е. к появлению силы, вызывающей движение всего тела. Поэтому понятно, что на локально плоской, невозмущенной гиперповерхности тело будет находиться в состоянии покоя. С таким телом можно связать систему отсчета, которую можно было бы назвать абсолютной. Однако не является очевидным, что для других, достаточно удаленных областей вселенной не существует другой такой же системы отсчета, движущейся с некоторой скоростью по отношению к первой благодаря, например, некому течению внутренних частей вселенной, постоянному полю скоростей частиц ее составляющих. Кроме того, сферичность вселенной обуславливает различную ориентацию осей координат этих систем отсчета на различных точках ее поверхности. Поэтому системы отсчета, связанных с телами, можно вводить только локально. Это однако не исключает возможность выбора абсолютной системы отсчета, связанной со вселенной в целом. Конечно, существует большая трудность определения самой процедуры такого выбора.

Если же тело приведено в движение, то в данной модели это означает, что оно подвергалось действию каких-либо возмущений гиперповерхности, например, находилось на гиперповерхности с наклоном. Форма вихря, с которым ассоциировано такое тело, в результате таких возмущений может быть достаточно сложной, но, по-видимому, должна способствовать самодвижению вихря. Выше был предложен механизм образования спиральной структуры вихря, который, конечно, еще требует уточнения. Но во всяком случае равномерное движение вихря не может продолжаться вечно. Глобальная искривленность вселенной неминуемо скажется на характере такого движения.

Функция Лагранжа

Форма вихрей определена в работе эвристическим путем. Представляется логичным предположить, что, если у 3D-вихря она изменяется с расстоянием как r^{-2} , то у 4D-вихря должна как r^{-1} , хотя, конечно, ее следовало бы вывести аналитически или получить путем компьютерного моделирования. Тем не менее, такая форма, хотя и обладает расходимостью в нуле, приводит к конечному значению массы и правильной зависимости массы от параметра вихря. В ранее опубликованной работе [4] массе сопоставлялась длина цилиндрического вихря, или вихревой трубки, при постоянном поперечном размере, что, конечно, является довольно грубой моделью. При наклоне вихря длина увеличивалась обратно пропорционально косинусу угла наклона, что давало известную зависимость массы от скорости. Такую же зависимость можно получить и данной модели, если сопоставить квадрату параметра b выражение для площади продольного поперечного сечения эллипсоида, полученного в свою очередь сечением вихря гиперплоскостью параллельной базовой гиперплоскости.

Действительно, когда вихрь находится в состоянии покоя, этим сечением будет круг с площадью на расстоянии от базовой гиперплоскости равном параметру b равным πb^2 , что соответствует с коэффициентом k/π массе m_0 . Как показано выше, при наклоне вихря круг «вытягивается», и сечением эллипсоида в продольной направлении станет эллипс с длинной осью $a = b/\cos\alpha$. Его площадь равна $\pi a b$, что соответствует «релятивистской» массе $m = m_0/\sqrt{1-V^2/c^2}$. Таким образом, массе можно сопоставить сечение, параллельное базовой гиперплоскости, относительно которой движется вихрь. В этом случае можно переопределить профиль гиперповерхности покоящегося вихря (4) в профиль вихря, движущегося со скоростью $V = c \arcsin\alpha$

$$f = \frac{a\,b}{|r|} - x_4 = 0 \qquad (36)$$

Выше было показано, что вихрь в движении может представлять из себя сложную спиралевидную конструкцию. Поэтому модель цилиндрического вихря нужно рассматривать как промежуточную, которая дает такое же приближение, какое получается в СТО для свободной частицы. Как было показано [4], функция Лагранжа для наклоненного цилиндрического вихря в модели 4D-среды и для свободной частицы в СТО имеют одинаковый вид.

$$L = -m_0 c^2 \cos\alpha \qquad (37)$$

Используя это выражение были получены значения импульса и энергии вихря в виде

$$p = m_0 c\, tg\,\alpha \qquad (38)$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\cos\alpha} \qquad (39)$$

Нетрудно получить более общие выражения, учитывая, что в произвольно выбранной системе отсчета наклон вихря к каждой оси декартовых координат составляет углы α_{1-4} . Тогда скорость вихря определяется направляющими косинусами как

$$V = c \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 \\ \cos\alpha_2 \\ \cos\alpha_3 \\ \cos\alpha_4 \end{pmatrix} \qquad (40)$$

Здесь $\alpha_4 = \alpha$. V_4 - это «ненаблюдаемая», скрытая скорость вихря. 4-х мерный импульс примет вид

$$p = \frac{m_0 c}{\cos\alpha_4} \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 \\ \cos\alpha_2 \\ \cos\alpha_3 \\ \cos\alpha_4 \end{pmatrix} \tag{41}$$

Абсолютная величина трехмерного вектора p равна (29), а четырехмерного -

$$|p| = \frac{m_0 c}{\cos\alpha_4} \tag{42}$$

Отсюда в соответствии с (39)

$$E = c|p| \tag{43}$$

Иначе говоря, энергия вихря равна его полному импульсу, умноженному на скорость света.

Заключение

В основе предложенной модели лежит идея о существовании дополнительного измерения к общепринятым трем. Эта идея, конечно, не оригинальна. Псевдоевклидовое пространство-время Минковского тому яркий пример, однако, как хорошо всем известно, дополнительным измерением в теории относительности является время, или точнее мнимая величина ict . Кроме математиков эту идею развивал Калуца в пяти-мерной теории пространства и времени, затем Клейн. Сам Эйнштейн также посвятил какое-то время попыткам применения ее в своих исследованиях, но отказался из-за большой математической сложности. В настоящее время многомерные модели активно используются в теории элементарных частиц.

Главным отличием данной модели от теории Калуцы является не размерность пространства и не его евклидовость, а характер заполнения пространства материей. Предполагается, что четырехмерная материя не заполняет все пространство, а только лишь некоторые его области. Данное условие означает, что количество материи ограничено, его не хватает для заполнения всего, возможно, бесконечного, пространства.

Конечно, при этом возникает вопрос о происхождении такой материи. Мы его вынуждены оставить без ответа. Также ничего определенного нельзя сказать и о пространстве, в котором эта материя находится. Евклидовым оно выбрано только из-за своей простоты по сравнению с другими.

Также наряду с указанным выше принципом использован принцип суперпозиции, при котором общий профиль поверхности получается путем сложения профилей поверхности ее отдельных объектов.

Свойством суперпозиции обладает также и потенциал, который для гравитационного поля имеет вид схожий с предложенным профилем для вихря (4). Здесь однако профиль имеет полностью геометрический смысл, позволяющий по кривизне поверхности рассчитывать силы, действующие на эту поверхность. При этом потенциал полученной силы взаимного притяжения (21) не имеет простого вида и выражается через функции Якоби. Также следует заметить, что гравитационные поля в ОТО не обладают свойством аддитивности.

Форма и другие свойства мельчайших частиц 4D-среды, названных ранее апейронами [5], также остается под вопросом, однако, если предположить, что форма частиц имеет сферическую симметрию, то простые соображения при анализе размерности [6] позволяют сделать заключение о большой подвижности таких частиц по сравнению с трехмерными объектами и вместе с тем большую величину связи каждой такой частицы со своим окружением. Последнее является следствием того, что число ближайших соседей в среднем в два раза больше, чем в трехмерных структурах. Это в свою очередь ведет к тому, что коэффициент поверхностного натяжения σ достаточно велик и обеспечивает наличие давления на поверхность даже при небольших значениях кривизны. Для той оценки коэффициента k, что приведена выше, значение σ/ρ равно 66.3 м²/с².

Естественно, предложенная модель требует проверки. Однако, сверка с опытом довольно затруднительна. Во-первых, предложенная модификация закона всемирного тяготения должна сказываться только на малых расстояниях от центра притяжения. В Солнечной системе ближайшая планеты, Меркурий, находится не таком расстоянии, что отношение $(b/R)^4$, входящее в (21), составляет величину порядка 10^{-14}. Кроме того, требуется выяснить саму процедуру расчета векового смещения перигелия Меркурия для случая, когда планета моделируется вихрем. Поэтому решающей проверкой могут служить наблюдения за движением скопления звезд, находящихся вблизи галактического ядра [7], где это отношение, по-видимому, выше и где, как установлено, законы Кеплера явно не выполняются. Во-вторых, значения параметра b для Солнца и коэффициента κ, конечно, требуют более тщательного обоснования. К их уточнению, по-видимому, можно привлечь недавно обнаруженную аномалию движения космических аппаратов «Пионер-10» и «Пионер-11», вышедших за пределы Солнечной системы [8]. Расстояние, на котором обнаружилось аномальное ускорение этих аппаратов, приближается к значению $r_{max}=1.8\cdot10^8$ км. Это предельное расстояние, на котором действует притяжение Солнца. Конечно, радиус Вселенной, участвующий в вычислениях, также остается неопределенной величиной. Его можно было бы уточнить, определив по формулам (26) и (27) значения r_0 и r_{max} для небольших тел. Например, для тела массой в одну тонну эти расстояния равны соответственно около 0.4 м и 4 км. Неизвестна, однако, процедура проведения таких измерений.

Таким образом, наша попытка дать ответы на поставленные в начале работы вопросы заключается в следующем.

Материя — это 4D-среда, находящаяся в 4D-пространстве в ограниченном объеме. Она имеет две ипостаси: одна — видимая, другая — невидимая, «темная». При этом, однако, невозможно оценить процентное отношение первой из них ко второй, потому что они различны по своей мерности. Видимая часть материи трех-мерна, невидимая — четырех-мерна.

Также можно уточнить определение вакуума. Обычный «трехмерный» вакуум — это невозмущенная присутствием вихрей граничная гиперповерхность, по которой могут распространяться электромагнитные волны. 4D-вакуум - это пустота за пределами 4D-среды, в которой распространение таких волн невозможно.

Явление притяжения тел заключается в наличие наклона базовой гиперповерхности, который создают друг для друга тела. Такой наклон приводит вихрь в ускоренное движение по направлению друг к другу. Притяжение нельзя считать истинно дальнодействующей силой, поскольку есть зависящее от массы тела и радиуса вселенной расстояние ограничивающее ее действие.

В определенном смысле можно говорить о искривлении пространства материей, если только под материей понимать вихри, а под пространством только граничную гиперповерхность, хотя в данном контексте отличить такое пространство от материи невозможно.

Вихри различных размеров представляют всю иерархию объектов природы. Их движение связано со специфической формой элементарного вихря. В случае трехмерных сред предложено множество форм вихрей и движений, отвечающим им [2]. Возможно, в нашем случае в поперечном сечении вихревая трубка должна иметь не трехмерную сферу, как предполагалось выше, а более сложную фигуру для того, чтобы обеспечить движение. Например, такой фигурой может быть тор. Тогда ориентация его оси указывала бы на одно из возможных направление движения всего вихря. Получить более реалистическую форму вихря можно с помощью более детальной модели, учитывающей поле скоростей среды.

Сравнение значений параметров вихря и радиусов объектов Солнечной системы, говорит о том, что в случае их близости мы имеем дело со звездой, а когда радиус заметно превышает параметр — с планетой.

Из приведенной картины также логически следует заключение о «множественности миров», точнее вселенных. Действительно, если мы предположили, что наша Вселенная находится в 4-х мерном пространстве и ограничена в нем, то нельзя исключать возможности существования других подобных областей бесконечного пространства, заполненных 4D-средой. Некоторые космологические следствия такого представления реальности ранее приводились в работе [5].

[1] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. М. 1986
[2] Дж.Бетчелор. Введение в динамику жидкости. М. 1973.
[3] В. Скоробогатов. О массе в модели 4D-эфира. http://vps137.narod.ru/article7.html. 2007
[4] В. Скоробогатов. "Релятивистская" механика в модели 4D-среды. http://vps137.narod.ru/article10.pdf 2008.
[5] В. Скоробогатов. Некоторые следствия 4D-модели эфира. http://vps137.narod.ru/article3.html, 2006
[6] В. Скоробогатов. О структуре 4D-среды. http://vps137.narod.ru/article11.pdf, 2008.
[7] T. Alexander. The Massive Black Hole in the Center of the Galaxy http://www.weizmann.ac.il/home/tal/pp/pp.html, 2005
[8] Pioneer anomaly http://en.wikipedia.org/wiki/Pioneer_anomaly